



ژیروسکوپ MEMS ارتعاشی با سه درجه آزادی

محمد صادق آخوندی

استادیار - دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران
ms_akhondi@mut.ac.ir

مجید رشیدی

دانشجو - دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران
mrashidi100@gmail.com

چکیده

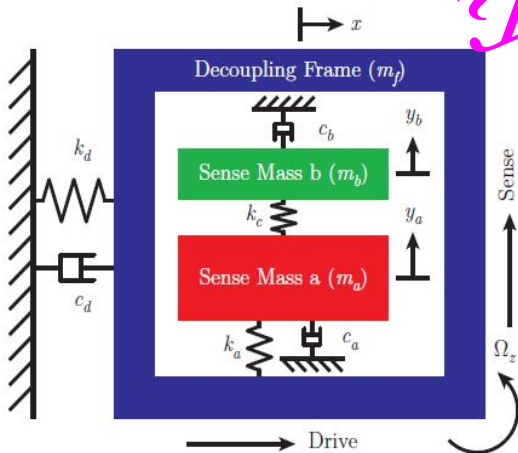
در این مقاله، یک ژیروسکوپ MEMS ارتعاشی با مد ثانویه دارای دو درجه آزادی مدلسازی، طراحی و شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این نوع ژیروسکوپ MEMS به سبب وجود یک ناحیه صاف با گین مکانیکی ثابت در پاسخ فرکانسی مد ثانویه، دارای پایداری خوب، پهنای باند بزرگتر و حساسیت مکانیکی بهتری در مقایسه با ژیروسکوپ‌های MEMS معمول است. مشخصات ژیروسکوپ شبیه‌سازی شده: پهنای باند 163Hz ، حساسیت مکانیکی $0.22\mu\text{m}/^\circ/s$ ، نویز مکانیکی $0.03^\circ/s/\sqrt{\text{Hz}}$ ، عدم وابستگی گین مکانیکی به فرکانس تحریک.

کلید واژه - ژیروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده، ژیروسکوپ‌های MEMS، مد ثانویه با دو درجه آزادی

$$\ddot{y}_a + \frac{c_a}{m_a} \dot{y}_a + \left(\frac{k_a + k_c}{m_a}\right) y_a - \frac{k_c}{m_a} y_b = -2 \dot{x} \Omega_z \quad (2)$$

$$\ddot{y}_b + \frac{c_b}{m_b} \dot{y}_b + \frac{k_c}{m_b} y_b - \frac{k_c}{m_b} y_a = -2 \dot{x} \Omega_z \quad (3)$$

که ω_d فرکانس زاویه‌ای تشدید مد اولیه، Q_d ضریب کیفیت مد اولیه، F_d نیروی تخریک ایجاد شده در مد اولیه، M_d جرم مد اولیه، m_b و m_a جرم‌های مد ثانویه، k_c و k_a ثابت فنرهای مد ثانویه و Ω_z سرعت زاویه‌ای وارد شده به ژيروسکوپ است.



شکل 1: مدل فشرده ژيروسکوپ MEMS، دارای مد ثانویه با دو درجه آزادی.

این ژيروسکوپ میکروماشین‌کاری شده مانند ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده معمول، دارای مد اولیه با یک درجه آزادی است. پس در مد اولیه، یک فرکانس تشدید خواهیم داشت. در مد ثانویه، دو جرم جفت‌شونده m_b و m_a وجود دارد که یک سیستم جذب‌کننده ارتعاش دینامیکی با دو درجه آزادی را ایجاد می‌کند [6].

از آنجا که در مد اولیه یک فرکانس تشدید داریم می‌توانیم از یک مدار کنترل دامنه و فرکانس برای ایجاد و حفظ یک دامنه هارمونیک در این مد استفاده کنیم:

$$x = A_d \sin(\omega_d t) \quad (4)$$

که A_d دامنه مد اولیه است.

طراحی مد ثانویه با دو درجه آزادی انعطاف‌پذیری بیشتری را در شکل پاسخ فرکانسی، نسبت به ژيروسکوپ‌های میکروماشین-

1- مقدمه

در ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده ارتعاشی معمول، دو مد ارتعاشی عمود بر هم (مد اولیه و مد ثانویه) وجود دارد که این مدها با فرکانس‌های تشدید f_d و f_s نوسان می‌کنند. برای بدست آوردن حساسیت بالا باید دامنه حرکتی بزرگی در مد ثانویه داشته باشیم که این کار با تطبیق مدی بین دو مد ایجاد می‌شود [1]. این تطبیق مدی سبب کاهش پهنای باند و پایداری در ژيروسکوپ می‌شود [2]. بنابراین برای کاربردهایی که پایداری مهم است، فرکانس تشدید مدها را با اختلاف فرکانسی مشخصی طراحی می‌کنند [1]. اگرچه این روش پهنای باند را بهبود می‌دهد، ولی ژيروسکوپ هنوزم به تغییرات دمایی و فشاری محیط و نوسانات ایجاد شده در ساخت حساس است [2].

دو روش اصلی برای بهبود پایداری ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده ارتعاشی، پیشنهاد شده است. روش اول که موثرترین روش است، درجه آزادی مدهای ژيروسکوپ را افزایش می‌دهند. هر چند در این روش کاهش دامنه حرکتی در مد ثانویه پیش می‌آید ولی پایداری خوبی را خواهیم داشت [3]. روش دیگر، استفاده از تشدید پارامتری است که در مقایسه با روش اول پایداری کمتری را ایجاد می‌کند و به مکان‌گیری فرکانس‌های تشدید دو مد نیز وابسته است [5].

در این مقاله، یک ژيروسکوپ میکروماشین‌کاری شده که در مد اولیه دارای یک درجه آزادی و در مد ثانویه دارای دو درجه آزادی است، مدلسازی و با استفاده از نرم‌افزار کاونتور شبیه‌سازی می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی این ژيروسکوپ میکروماشین‌کاری شده با یک ژيروسکوپ میکروماشین‌کاری شده معمول [2] مقایسه می‌شود.

2- مدلسازی ژيروسکوپ

مدل فشرده یک ژيروسکوپ میکروماشین‌کاری شده که در مد اولیه دارای یک درجه آزادی و در مد ثانویه دارای دو درجه آزادی است، در شکل 1 نشان داده شده است. این مدل شامل یک مد اولیه با یک درجه آزادی است که توسط یک قاب از مد ثانویه جداسازی شده است. معادلات دینامیکی ساده شده برای

مدهای اولیه و ثانویه را می‌توان به صورت زیر نوشت [2]:

$$\ddot{x} + \frac{\omega_d}{Q_d} \dot{x} + \omega_d^2 x = \frac{F_d}{M_d} \quad (1)$$



طراحی و تعیین پارامترهای ساختاری، باید در نظر داشت که فرکانس مد اولیه باید در ناحیه صاف مد ثانویه قرار گیرد. اگر بخواهیم فرکانس تشدید مد اولیه در فاصله‌های یکسان از دو فرکانس تشدید مد ثانویه قرار گیرد آنگاه فرکانس‌های تشدید مورد نظر در مد ثانویه به صورت زیر خواهند شد:

$$\omega_{1,2} = \omega_d \mp \frac{\Delta}{2} \quad (5)$$

که Δ فاصله بین دو فرکانس تشدید مد ثانویه است $(\Delta = \omega_2 - \omega_1)$ بنابراین باید روابط مقادیر جرم‌ها و ثابت فنرهای مورد نیاز برای ایجاد فرکانس‌های ω_1 و ω_2 را بدست بیاوریم.

پارامترهای ساختاری توسط معادلات مد ثانویه به فرکانس‌های طبیعی این مد مربوط می‌شوند. بنابراین با توجه به معادلات (2) و (3) داریم:

$$\omega_a^2 = \frac{k_a + k_c}{m_a} \quad \omega_b^2 = \frac{k_c}{m_b} \quad \omega_c^2 = \frac{k_c}{\sqrt{m_a m_b}} \quad (6)$$

در صورتیکه جرم‌های m_1 و m_2 را به صورت به هم چسبیده فرض کنیم، ω_a و ω_b به ترتیب فرکانس‌های طبیعی جرم‌های m_a و m_b هستند. ω_c مربوط به قدرت جفت‌شونده‌گی بین دو جرم است [2]. از رابطه ω_c مشخص است که جفت‌شونده‌گی جرم‌های m_a و m_b ، توسط k_c مشخص می‌شود. از آنجا که مد ثانویه به گونه‌ای طراحی شده است که جذب‌کننده ارتعاش دینامیکی عمل کند، ثابت فنر k_c علاوه بر تعیین جفت‌شونده‌گی، فرکانس طبیعی جرم m_b را نیز تعیین می‌کند. بنابراین می‌توان رابطه بین این دو فرکانس را به صورت زیر نوشت:

$$\omega_c^2 = \mu \omega_b^2 \Rightarrow \mu^2 = \frac{m_b}{m_a} \quad (7)$$

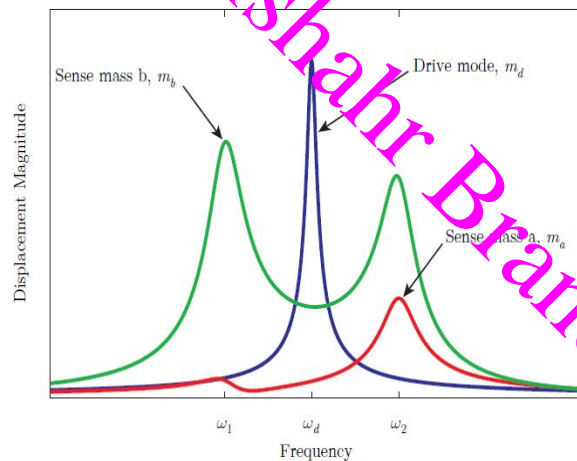
که μ نسبت جرمی در مد ثانویه می‌باشد. با قرار دادن معادلات (5)، (6) و (7) در معادلات (2) و (3) داریم:

$$\ddot{y}_a + \frac{c_a}{m_a} \dot{y}_a + \omega_a^2 y_a - \mu^2 \omega_b^2 y_b = -2\Omega_z A_d \omega_d \cos(\omega_d t) \quad (8)$$

$$\ddot{y}_b + \frac{c_b}{m_b} \dot{y}_b + \omega_b^2 y_b - \omega_b^2 y_a = -2\Omega_z A_d \omega_d \cos(\omega_d t) \quad (9)$$

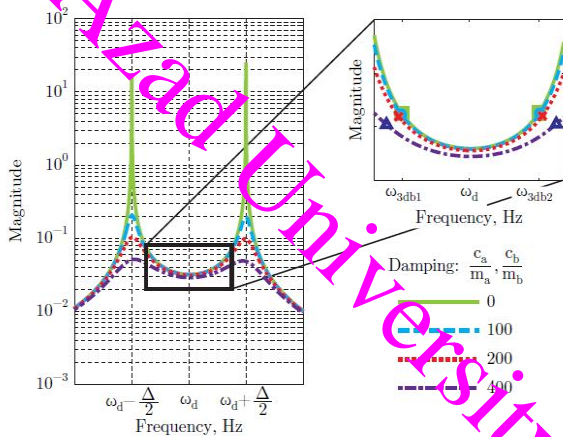
که با استفاده از معادلات (8) و (9) می‌توان معادله مقدار ویژه را برای پیدا کردن فرکانس‌های تشدید مد ثانویه بدست آورد:

کاری شده معمول می‌دهد. همانطور که در شکل 2 نشان داده شده است، فرکانس تشدید مد اولیه بین دو فرکانس تشدید مد ثانویه قرار دارد. از آنجا که مد ثانویه دارای دو جرم است، پس این مد دارای دو فرکانس تشدید است. جرم بزرگتر m_a دارای یک فرکانس ضد تشدید (anti resonance) است که بین دو پیک قرار دارد. در حالیکه جرم کوچکتر m_b دارای یک ناحیه صاف با گین دینامیکی ثابت است. این ناحیه صاف مد ثانویه، همان عاملی است که باعث بهتر شدن پایداری و پهنای باند در ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده با چند درجه آزادی می‌شود. با قرار دادن فرکانس کاری ژيروسکوپ در این ناحیه و استفاده از جرم کوچکتر m_b برای آشکارسازی، این ژيروسکوپ دارای این مزیت است که دارای یک محدوده فرکانسی بزرگ با دامنه و فاز ثابت بدون فرکانس تشدید خواهد داشت. در ژيروسکوپ‌های معمول پارامترهای اصلی در طراحی مکانیکی فرکانس‌های تشدید مد اولیه و ثانویه هستند. به علت اینکه در نهایت این فرکانس‌ها بهره دینامیکی و پهنای باند سنسور را مشخص می‌کنند. در حالی که در این ژيروسکوپ میکروماشین‌کاری شده ارتعاشی، پارامترهای اصلی ω_1 و ω_2 هستند.



شکل 2: پاسخ فرکانسی مد اولیه و ثانویه ژيروسکوپ MEMS، دارای مد ثانویه با دو درجه آزادی.

همانطور که از مطالب گفته شده در بالا مشخص است، فرکانس مد اولیه می‌تواند مستقل از مد ثانویه تعیین شود (با تغییر k_d و جرم قاب m_f). بنابراین در این طراحی تمرکز بر روی مد ثانویه، بخصوص پارامترهای ساختاری k_a ، k_c ، m_a و m_b می‌باشد که فرکانس‌های تشدید مد ثانویه را تعیین می‌کنند. البته در هنگام



شکل 3: اثر میرایی بر ناحیه صاف پاسخ فرکانسی مد ثانویه.

3- پارامترهای ژيروسکوپ

3-1- گین دینامیکی

دامنه ناحیه کاری توسط اندازه تابع تبدیل مد ثانویه بدست

می‌آید. که می‌توان آنها را از معادلات (8) و (9) بدست آورد:

$$\frac{Y_a}{a_c} = \frac{(1 + \mu^2)\omega_b^2 - \omega^2}{S^4 + (\omega_a^2 + \omega_b^2)S^2 - \mu^2\omega_b^4 + \omega_a^2\omega_b^2} \quad (15)$$

$$\frac{Y_a}{a_c} = \frac{\omega_a^2 + \omega_b^2 - \omega^2}{S^4 + (\omega_a^2 + \omega_b^2)S^2 - \mu^2\omega_b^4 + \omega_a^2\omega_b^2} \quad (16)$$

که $a = -2\Omega_z A \omega_d$ شتاب کوریولیس اعمال شده به جرم‌های مد ثانویه، Y_a جابجایی جرم m_a در جهت ثانویه و Y_b جابجایی جرم m_b در جهت ثانویه می‌باشند. از آنجا که آشکارسازی توسط جرم m_b انجام می‌گیرد، پس برای بدست آوردن گین مکانیکی از معادله (16) استفاده می‌کنیم. با قرار دادن معادلات (12) و (13) در اندازه مطلق معادله (16) داریم:

$$G_b(\omega) = \frac{\omega^2 - 2\omega_d^2 - \frac{\Delta^2}{2}}{(\omega^2 - (\omega_d - \frac{\Delta}{2})^2)(\omega^2 - (\omega_d + \frac{\Delta}{2})^2)} \quad (17)$$

از آنجا که در ناحیه صاف پاسخ فرکانسی مد ثانویه، گین مکانیکی تقریباً ثابت و $\omega_1 \langle \omega_d \langle \omega_2$ می‌باشد، می‌توان گین را در این ناحیه با قرار دادن $\omega = \omega_d$ بدست آورد:

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_a^2 + \omega_b^2) + (\omega_a^2\omega_b^2 - \mu^2\omega_b^4) = 0 \quad (10)$$

که با حل آن به فرکانس‌های تشدید مد ثانویه می‌رسیم:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}(\omega_a^2 + \omega_b^2 \mp \sqrt{\omega_a^4 + \omega_b^4 - 2\omega_a^2\omega_b^2 + 4\mu^2\omega_b^4}) \quad (11)$$

با قرار دادن معادله (5) در معادله (11) می‌توان فرکانس‌های طبیعی مد ثانویه (ω_b و ω_a) را بر حسب ω_d ، Δ و μ^2 بدست آورد:

$$\omega_a^2 = \frac{\omega_d^2 + (\frac{\Delta}{2})^2 + 2\mu^2(\omega_d^2 + (\frac{\Delta}{2})^2) \mp \sqrt{\omega_d^4\Delta^2 - \mu^2(\omega_d + \frac{\Delta}{2})^2(\omega_d - \frac{\Delta}{2})^2}}{1 + \mu^2} \quad (12)$$

$$\omega_b^2 = \frac{\omega_d^2 + (\frac{\Delta}{2})^2 \mp \sqrt{\omega_d^4\Delta^2 - \mu^2(\omega_d + \frac{\Delta}{2})^2(\omega_d - \frac{\Delta}{2})^2}}{1 + \mu^2} \quad (13)$$

همانطور که از معادله (13) مشخص است، عبارت:

$$(\omega_d^4\Delta^2 - \mu^2(\omega_d + \frac{\Delta}{2})^2(\omega_d - \frac{\Delta}{2})^2) > 0 \quad (14)$$

باید برقرار باشد. بنابراین نمی‌توان متغیر ω_d ، Δ و μ^2 را هر مقداری در نظر گرفت. بلکه باید به گونه‌ای طراحی شوند که معادله (14) برقرار باشد. معمولاً فرکانس تحریک توسط عوامل خارجی مانند اندازه جیب یا حازن مورد نیاز برای مشخص کردن آشکارسازی قابل قبول، تعیین می‌شود. بنابراین Δ و پارامترهای طراحی بر مبنای مشخص شدن اینکه آیا این سیستم قابل اجرا شدن است، باید بررسی شوند.

یکی از عوامل مهم در کارایی ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری - شده ارتعاشی، میرایی است. در این قسمت، اثر میرایی بر ناحیه کاری این ژيروسکوپ را مورد بررسی قرار می‌دهیم. همانطور که از معادلات (8) و (9) مشخص است، مقادیر ضرایب میرایی نرمالیزه شده جرمی برای جرم‌های m_b و m_a به ترتیب برابر $\frac{c_b}{m_b}$ و $\frac{c_a}{m_a}$ است. اثر میرایی را در پاسخ فرکانسی مد ثانویه این ژيروسکوپ با پارامترهای فرضی $\Delta = 1kHz$ ، $\omega_d = 10kHz$ و $\Omega_z = 1deg/s$ و $A_d = 5\mu m$ در شکل 3 می‌توان دید. همانطور که در شکل دیده می‌شود اثرات میرایی بر پهنای باند و گین مکانیکی، در ناحیه صاف پاسخ فرکانسی بسیار کوچک است.



برای بدست آوردن پهنای باند، باید نقاطی را که مقدار گین آنها به اندازه 3 dB از مقدار $\frac{1}{\Delta^2}$ بزرگتر است، بدست بیاوریم:

$$G_b(\omega_{3dB}) = \frac{\sqrt{2}}{\Delta^2} \quad (22)$$

که با استفاده از معادله (17) این نقاط به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\omega_{3dB,2} = \sqrt{\omega_d^2 + (1+\sqrt{2})\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2} \mp \sqrt{(1-\frac{\sqrt{2}}{2})\omega_d^2 \Delta^2 + 2(1-\sqrt{2})\left(\frac{\Delta}{2}\right)^4} \quad (23)$$

که نشان می‌دهد گین مکانیکی مد ثانویه مستقل از نسبت جرمی و فرکانس تحریک است. بنابراین از معادله (19) مشخص است، که مهمترین پارامتر در تعیین گین مکانیکی، اختلاف فرکانسی پیک‌ها (Δ) می‌باشد. هر چه Δ کوچکتر باشد، گین مکانیکی بزرگتری خواهیم داشت. در شکل 4 اثر Δ بر گین ناحیه صاف پاسخ فرکانسی مد ثانویه، نشان داده شده است.

$$BW_{3dB} \cong \left(\sqrt{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)\Delta \cong 0.5412\Delta \quad (24)$$

که نشان می‌دهد پهنای باند تقریباً برابر با نصف اختلاف فرکانسی پیک‌ها است.

3-3- نویز Brownian

نویز brownian که از ساختار مکانیکی سیستم ناشی می‌شود، در ژيروسکوپ‌های mems ارتعاشی از رابطه زیر بدست می‌آید [7]:

$$\Omega_z(\text{brownian}) = \frac{1}{4A_g q_{drive}} \cdot \sqrt{\frac{4k_B T}{\omega_0 M Q}} \cdot \sqrt{BW} \quad [\text{rad/sec}] \quad (25)$$

که A_g گین دینامیکی ژيروسکوپ، k_B ثابت بولتزمن، M جرم کل ژيروسکوپ، T دمای کاری، Q ضریب کیفیت، ω_0 فرکانس تشدید مد اولیه، q_{drive} دامنه مد تحریک و BW پهنای باند ژيروسکوپ می‌باشند.

4- نمونه شبیه‌سازی شده

در این قسمت یک نمونه از این ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده ارتعاشی، که دارای دو درجه آزادی در مد ثانویه است را با نرم افزار کولتور شبیه‌سازی کرده‌ایم. مشخصات ساختاری این ژيروسکوپ به صورت زیر می‌باشد:

- اندازه قطعه ژيروسکوپ برابر $100 * 4000 * 4000$ (ضخامت * عرض * طول) است.

$$G_b(\omega_d) = \frac{\omega_d^2 + \frac{\Delta^2}{4}}{(\omega_d^2 - \frac{\Delta^2}{4})\Delta^2} \quad (18)$$

چونکه Δ در مقایسه با فرکانس تحریک، خیلی کوچک است ($\omega_d \gg \Delta$) پس می‌توان معادله را به صورت زیر ساده‌سازی کرد:

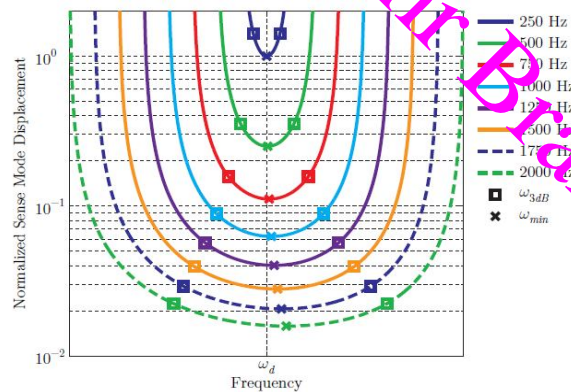
$$G_b(\omega_d) \cong \frac{1}{\Delta^2} \quad (19)$$

که نشان می‌دهد گین مکانیکی مد ثانویه مستقل از نسبت جرمی و فرکانس تحریک است. بنابراین از معادله (19) مشخص است، که مهمترین پارامتر در تعیین گین مکانیکی، اختلاف فرکانسی پیک‌ها (Δ) می‌باشد. هر چه Δ کوچکتر باشد، گین مکانیکی بزرگتری خواهیم داشت. در شکل 4 اثر Δ بر گین ناحیه صاف پاسخ فرکانسی مد ثانویه، نشان داده شده است.

3-2- پهنای باند

برای بدست آوردن پهنای باند، ابتدا نشان داده می‌شود که گین ناحیه صاف پاسخ فرکانسی مد ثانویه را از معادله (17) بدست می‌آوریم:

$$\omega_{\min} = \sqrt{\omega_d^2 + \frac{3\Delta^2}{4}} \quad (20)$$



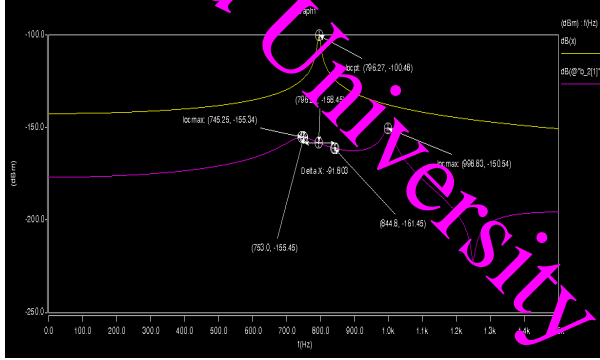
شکل 4: اثر اختلاف فرکانسی پیک‌ها بر ناحیه صاف پاسخ فرکانسی مد ثانویه.

مقدار گین مکانیکی در ω_{\min} برابر است با:

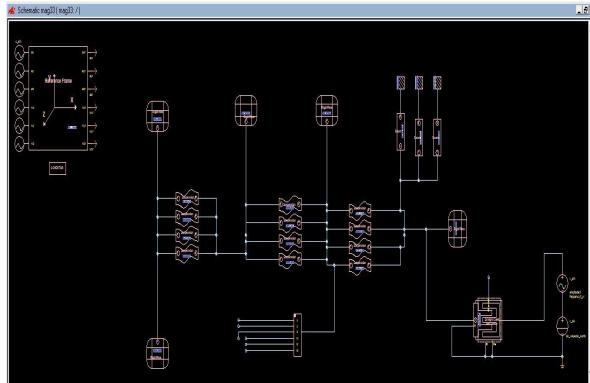
$$G_{\omega_{\min}} = \frac{1}{\Delta^2} \quad (21)$$



فرکانسی مد ثانویه وجود دارد که همان فرکانس ضد تشدید جرم m_b است، و برای ماکزیمم کردن گین مکانیکی در این نقطه مد اولیه را تحریک می‌کنیم. در شکل 7 نیز شماتیک بلوکی این ژيروسکوپ در Architect نرم‌افزار کاونتور نشان داده شده است.



شکل 6: الف) پاسخ فرکانسی مد اولیه و مد ثانویه



شکل 7: شماتیک بلوکی ژيروسکوپ در Architect نرم‌افزار کاونتور

5- مقایسه با ژيروسکوپ‌های MEMS معمول

در ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده معمول، سعی بر آن است که فرکانس مدهای اولیه و ثانویه با هم مچ شوند. ولی معمولاً به علت یک سری ملاحظات طراحی، که در طراحی وجود دارد مقداری عدم تطبیق بین فرکانس مدها وجود دارد. این عدم تطبیق در مدها سبب ایجاد محدودیت در گین مکانیکی می‌شود که این محدودیت به نسبت بین فرکانس مدها وابسته است. این رابطه در ژيروسکوپ‌های میکروماشین‌کاری شده معمول به صورت زیر است [2]:

$$\frac{Y}{\Omega_z} = \frac{2A_d}{\omega_d} \left[(\zeta^2 - 1) + \frac{\zeta^2}{Q_s^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (25)$$

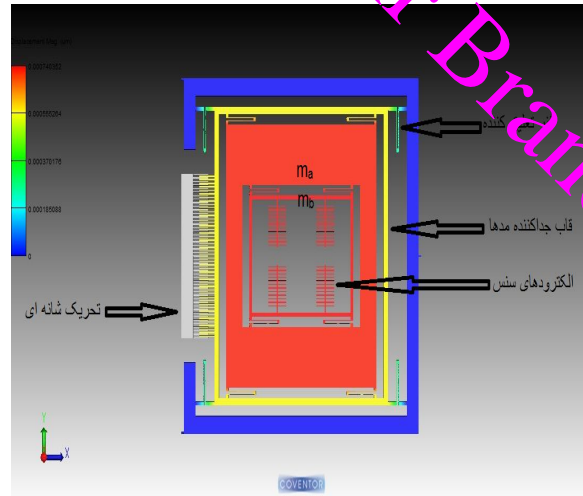
- مقدار جرم‌ها: $m_1 = 1869 \times 10^{-7} \text{ kg}$, $m_2 = 0.812 \times 10^{-7} \text{ kg}$
- $m_U = m_1 + m_2 + m_f = 208 \times 10^{-6} \text{ kg}$, $m_f = 1.31 \times 10^{-7} \text{ kg}$
- مقدار ثابت فنرها: $k_d = 49.42 \text{ N/m}$ (ثابت فنر تحریک)
- $k_a = 59.30 \text{ N/m}$ (ثابت فنر اتصال جرم‌ها به قاب)،
- $k_c = 1.72 \text{ N/m}$ (ثابت فنر اتصال‌کننده جرم‌ها).

در جدول 1، مقادیر پارامترهای مهم حاصل از تحلیل و شبیه‌سازی را برای این ژيروسکوپ آورده‌ایم. همانطور که از جدول 1 مشخص است، مقادیر تحلیلی و شبیه‌سازی تطبیق خیلی خوبی را با هم نشان می‌دهند.

جدول 1: پارامترهای تحلیلی و شبیه‌سازی شده ژيروسکوپ

پارامتر	تحلیلی	شبیه‌سازی
f_d	776 Hz	766.8 Hz
f_1	706.4 Hz	710 Hz
f_2	930.5 Hz	913.5 Hz
	224 Hz	203.5 Hz
BW	120 Hz	103 Hz

در شکل 5 نمونه ژيروسکوپ شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار کاونتور نشان داده شده است.



شکل 5: نمونه ژيروسکوپ شبیه‌سازی شده با کاونتور

در شکل 6 پاسخ فرکانسی مد اولیه و ثانویه آورده شده است. همانطور که از شکل مشخص است یک نقطه کمینه در پاسخ



6- نتیجه‌گیری

ایده ژيروسکوپ با چند درجه آزادی، که دارای مد اولیه بیک درجه آزادی و مد ثانویه با دو درجه آزادی است، برای افزایش پایداری ژيروسکوپ از طریق طراحی مکانیکی مناسب با استفاده از فرض دمپینگ صفر، گین مکانیکی و پهنای باند ساکزیتم در ناحیه کاری ژيروسکوپ بدست می‌آیند. با فرکانس تحریک خیلی بزرگتر از اختلاف فرکانسی بیکها (Δ ، ω_d)، گین و پهنای باند فقط به Δ وابسته خواهند شد.

مراجع

- [1] N. Yazdi, F. Ayazi, K. Najafi, Micromachined inertial sensors, Proceedings of the IEEE 86(1998) 1640-1659.
- [2] A.R. Schofield, Design Algorithms and Trade-offs for Micromachined Vibratory Gyroscopes with Multi-Degree of Freedom Sense Modes, Ph.D. dissertation(2004).
- [3] C. Acar, A. Shkel, Nonresonant micromachined gyroscopes with structural mode-decoupling, IEEE Sensors Journal 3(2003) 497-506.
- [4] S.H. Jeon, J.Y. Lee, H.K. Jung, H.K. Chang, Y.K. Kim, Two-mass system with wide bandwidth for SiOG (silicon on glass) vibratory gyroscopes, International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems(2005) 539-542.
- [5] L. Oropeza-Ramos, C. Burgner, K. Turner, Inherently robust micro gyroscope actuated by parametric resonance, Micro Electro Mechanical Systems(2008) 872-875.
- [6] C.W. Dyck, J.J. Allen, J.H. Robert, Parallel-plate electrostatic dualmass resonator, Micromachined Devices and Components(1999) 198-209.
- [7] F. Ayazi, a high aspect-ratio high performance polysilicon vibrating ring gyroscope, dissertation(2000).

که $\zeta = \frac{\omega_s}{\omega_d}$ نسبت فرکانسی مدها است (مد اولیه و ثانویه). با شرط دمپینگ صفر (یعنی ضریب کیفیت بینهایت) خواهیم داشت:

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Y}{\Omega_z} = \frac{2A_d}{\omega_d |\zeta^2 - 1|} \quad (26)$$

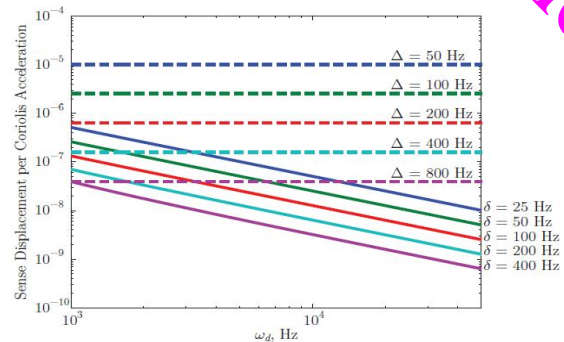
برای اینکه بتوانیم مقایسه درستی بین ژيروسکوپ‌های میکروماشین کاری شده ارتعاشی معمول با این ژيروسکوپ داشته باشیم عدم تطبیق بین مدها را با $\delta = \omega_d - \omega_s$ نشان می‌دهیم. پس خواهیم داشت:

$$\frac{Y_{1-DOF}}{a_c} = \frac{1}{|2\omega_d\delta - \delta^2|} \quad (27)$$

در حالی که گین ژيروسکوپ با مد ثانویه دارای دو درجه آزادی به صورت زیر است:

$$\frac{Y_{2-DOF}}{a_c} = \frac{1}{\Delta^2} \quad (28)$$

که $a_c = 2A_d\omega_d\Omega_z$ شتاب کوریولیس اعمال شده است. از مقایسه معادلات (27) و (28) نتیجه می‌شویم که گین مکانیکی ژيروسکوپ‌های میکروماشین کاری شده ارتعاشی معمول به دو پارامتر فرکانس تحریک (ω_d) و مقدار عدم تطبیق مدها (δ) بستگی دارد. در حالی که در ژيروسکوپ با مد ثانویه دارای دو درجه آزادی، مقدار گین مکانیکی فقط به اختلاف فرکانس بیکها (Δ) بستگی دارد. در شکل 8 این وابستگی‌ها برای هر دو مع ژيروسکوپ نشان داده شده است. همانطور که از شکل مشخص است مقدار گین برای ژيروسکوپ با مد ثانویه دارای دو درجه آزادی، ثابت و بزرگتر است.



شکل 8: مقایسه عدم تطبیق مدی در ژيروسکوپ‌های معمول با ژيروسکوپ‌های ارتعاشی با مد ثانویه دارای دو درجه آزادی.